题目大意

小 D 有一个长度为 $2n$ 的序列 $a_1, a_2, a_3 \dots a_{2n}$，其中 $1 \sim n$ 的每一个数在这个序列中都恰好出现了两次。**并且 $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ 构成了一个 $1 \sim n$ 的排列。**

小 D 记数字 i 的两个出现位置为 x_i, y_i 满足 $1 \le x_i \le n < y_i \le 2n$。

小 D 还定义了一个集合运算 $\oplus$ 如下。

$$A \oplus B = \{x | [x \in A] + [x \in B] = 1\}$$

定义 $f(S)$ 表示的是 S 中最小没有出现过的正整数。

现在小 D 会告诉你 $v_i = f(\{a_{x_i}\} \oplus \{a_{x_i+1}\} \oplus \dots \oplus \{a_{y_i}\})$。他希望你根据序列 v 构造一个序列 a 使其符合条件。

数据范围

子任务编号	$n \le$	$\sum n \le$	特殊性质	分数
1	5	50		10
2	10	100		10
3	2×10^5	2×10^6	A	15
4	2×10^5	2×10^6	B	15
5	2×10^5	2×10^6		50

特殊性质 A：满足 $v_i \le 4$。
特殊性质 B：满足 $v_{v_i} = v_i$。

对于 100% 的数据，满足 $1 \le T \le 10$，$1 \le n \le 2 \times 10^5$，$1 \le \sum n \le 2 \times 10^6$，$1 \le v_i \le n$。

时间限制 1s，512MB。

解法

不难发现 $v_i > i$ 肯定无解。

子任务 1

枚举 $a_{1\sim n}$ 再枚举 $a_{n+1\sim 2n}$ 即可。

时间复杂度上界为 $O(T(n!)^2n^2)$，不过实际跑不满。

子任务 2

可以考虑只枚举 $a_{1\sim n}$，然后考虑 $a_{n+1\sim 2n}$ 需要满足什么条件。

v_i 相当于限制了所有 $j < v_i$，$[x_j, y_j]$ 和 $[x_i, y_i]$ 不能是包含和被包含关系，所以我们可以确定 y_i, y_j 大小关系，对于 $j = v_i$ 是同理的。

所以只要看是否存在环即可判断当前 $a_{1\sim n}$ 的情况下是否存在解。

时间复杂度上界是 $O(T(n!)n^2)$，不过远远跑不满。

或许优化暴力搜索也可以通过。

子任务 3

$v_i \le 4$ 说明 $\forall i,j \ge 5$，$[x_i,y_i]$ 和 $[x_j,y_j]$ 关系并不重要。

可以看作一个 $n \le 4$ 的问题然后再将 $5\sim n$ 插入进去即可。

子任务 4

有若干位置 $v_i = i$，我们可以考虑 i 从小到大插入 $v_i = i$ 的 i 以及 $v_j = i$ 的 j。

维护前后两部分的排列为 p,q。

考虑当前插入 x 且 $v_x = x$，那么我们可以将排列 $[p,q]$ 变为 $[p+x,q+x]$（$+$ 是拼接），容易发现这个时候满足 $v_x = x$。

接下来插入 $i_1,i_2,i_3\dots i_k$，这些数都满足 $v=x$，可以将排列 $[p,q]$ 变为 $[p+i_1+i_2+i_3+\dots+i_k+x,q+x+i_1+i_2+i_3\dots+i_k]$。

这样就可以满足所有条件。

子任务 5

有解情况下有 $v_i \le i$，可以联想到树，连边 (v_i,i)。

对于一条边连接的点的区间肯定包含或者被包含，也就是说在两个排列中是一前一后和一后一前。

可以比较自然的想到奇偶分层。

如果我们一个一个确定 $a_{1\sim n}$ 和 $a_{n+1\sim 2n}$。

那么我们让 $a_{1\sim n}$ 中的奇数层节点必须比它所有儿子晚放入，$a_{n+1\sim 2n}$ 中的奇数层节点比它所有儿子早放入。

这个方法和子任务 4 是对应的。

这样我们就可以保证树上一条边对应的区间是符合条件的。

现在我们考虑怎么让 $\forall j < v_i$，$[x_j,y_j]$ 和 $[x_i,y_i]$ 不包含或者被包含。

> 那么我们让 $a_{1\sim n}$ 中的奇数层节点必须比它所有儿子晚放入，$a_{n+1\sim n}$ 中的奇数层节点比它所有儿子早放入。

在这个过程中我们还可以考虑奇数层节点和奇数层节点之间的顺序怎么确定。

我们可以直接每次取出一个最小的即可。

这个时候 $\forall j < v_i$ 在 $a_{1\sim n}$ 中肯定比 i 先弹出来，因为不管是 j 还是 v_j 肯定都比 i 小，在 $a_{i+1\sim 2n}$ 中是同理的。

因为 $v_i \le i$，所以每次取出的奇数层节点肯定是递增的，所以本题可以做到 $O(Tn)$。

本题较为简单，并且思考过程~~出题人~~感觉比较自然。

参考资料

暂时没有。