

Problem D. 都市叠高

作为曾经风靡一时的休闲小游戏,《都市摩天楼》的核心机制是要求玩家看准时机将新的楼层精准地抛落在前一楼层上。随着层数的增加,摇摇欲坠的摩天楼总能为游戏增添挑战性与刺激性。



耳廓狐亚砢觉得限定为矩形的楼层过于单一,于是基于形状不规则的楼层设计了改版的叠叠高游戏。首先,他在平面直角坐标系上准备了 n 个互不重合的点。然后游戏共分 n 个回合进行:

- 游戏初始,所有点均处于未激活状态。
- 第 i 个回合开始时,激活第 i 个点 (x_i, y_i) 。
- 第 i 个回合开始后,亚砢可以选择是否执行以下操作:对当前处于激活状态的所有点,将它们置为未激活状态,并生成覆盖它们的面积最小的凸多边形(被覆盖指包含于凸多边形内或与凸多边形的边界或顶点重合)作为新的“楼层”的形状。特别地,若当前仅有单个或两个处于激活状态的点,“楼层”将分别退化为点、连接该两点的线段。确定新的“楼层”的形状后,亚砢可以将其旋转任意实数角度、平移至任意实数 x 坐标,并使其从足够大的 y 坐标处沿 y 负半轴方向竖直坠落,直到第一次该“楼层”边界上的点或顶点与 x 轴或已放置的“楼层”重合,坠落立刻停止,此后该“楼层”亦被视作已放置,将无视物理法则地固定不动(移除了原版叠叠高的平衡性判定)。
- 游戏结尾,结算所有已放置“楼层”边界上的点或顶点的 y 坐标的最大值作为得分。

现在亚砢告诉你 n 个点各自的坐标,你能求出上述改版叠叠高的最高可能得分吗?

输入格式

第一行包含一个整数 n ($1 \leq n \leq 5000$),表示点与回合的数量。

接下来 n 行,其中的第 i 行包含两个整数 x_i 和 y_i ($-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9$),表示第 i 个点的坐标是 (x_i, y_i) 。

保证所有 n 个点互不重合。

输出格式

仅一行,包含一个实数,即改版叠叠高游戏的最高可能得分。

假设你的答案是 a , 标准答案是 b , 只要满足 $\frac{|a-b|}{\max(1, |b|)} \leq 10^{-6}$, 你的答案即为正确。

样例

standard input	standard output
7	5.656854249
1 0	
0 1	
0 0	
1 1	
1 2	
3 2	
3 3	

提示

对于样例，最优策略是先在第 2 个回合开始后生成新的“楼层”，然后将退化为线段的“楼层”旋转至与 x 轴垂直后坠落至下端点与 x 轴重合，如图 1-1 所示。

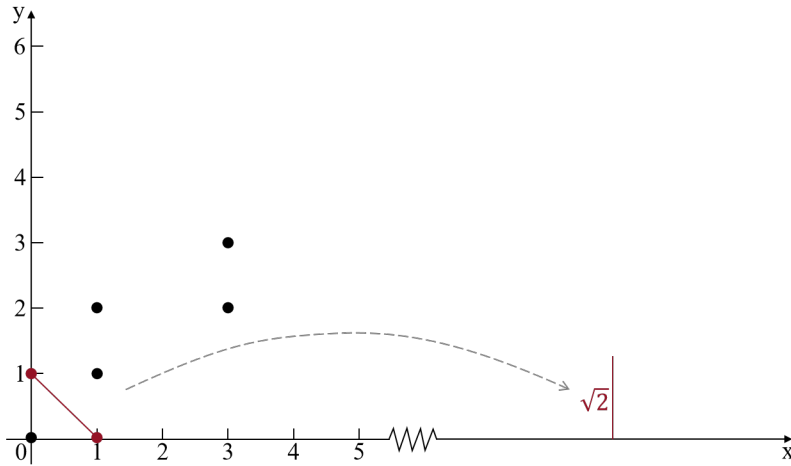


图 1-1

再在第 7 个回合开始后生成新的“楼层”，然后将其旋转至合适角度、坠落至顶点与退化为线段的“楼层”重合，如图 1-2 所示。

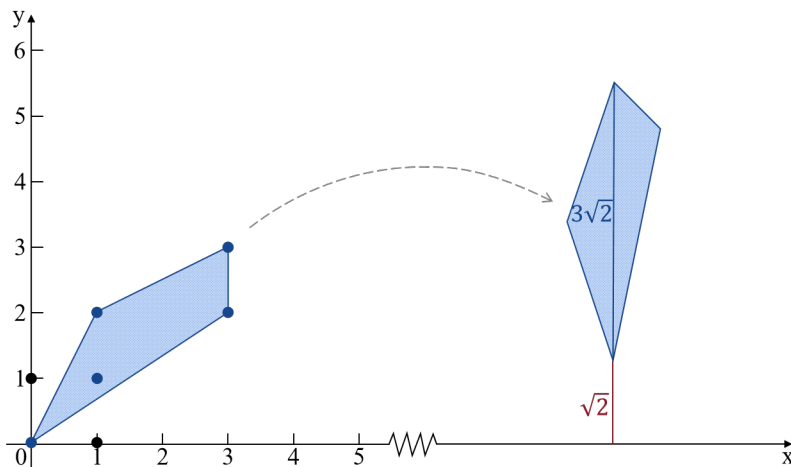


图 1-2

不难得出最高点的 y 坐标为 $\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \approx 5.656854249$ ，可以证明是游戏的最高可能得分。