Zadanie E
Drony

Zgłoszeń: 21
Zaakceptowanych: ??

Pierwsze rozwiązanie:
?

Autor: Krzysztof Maziarz

W przestrzeni trójwymiarowej znajduje się n dronów, początkowo w pozycjach $(x_i, y_i, 0)$ dla $i \in \{1, 2, ..., n\}$. Pomiędzy dronami jest m połączeń, które tworzą spójny graf planarny. Dla każdego z połączeń znana jest maksymalna długość – jeśli drony które łączy oddalą się bardziej niż ta odległość, połączenie się zrywa.

Otrzymujemy k manewrów; jeden manewr to zmiana trzeciej współrzędnej jednego z dronów. Podczas manewrów niektóre połączenia się zrywają.

Dla każdej z q par dronów (u_i, v_i) rozstrzygnąć, kiedy przestała istnieć ścieżka pomiędzy u_i oraz v_i (prowadząca po niezerwanych połączeniach).

Zauważmy najpierw, że aby odpowiedzieć na zapytania, wystarczy stwierdzić dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

Zauważmy najpierw, że aby odpowiedzieć na zapytania, wystarczy stwierdzić dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

- Możemy przewtorzyć krawędzie od najpóźniej do najwcześniej zerwanej ("odwrócić czas").

Zauważmy najpierw, że aby odpowiedzieć na zapytania, wystarczy stwierdzić dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

- Możemy przewtorzyć krawędzie od najpóźniej do najwcześniej zerwanej ("odwrócić czas").
- Nasze zapytania przyjmują postać: dla każdej pary (u_i, v_i), podaj kiedy wierzchołki u_i oraz v_i znalazły się w jednej spójnej składowej.

Zauważmy najpierw, że aby odpowiedzieć na zapytania, wystarczy stwierdzić dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

- Możemy przewtorzyć krawędzie od najpóźniej do najwcześniej zerwanej ("odwrócić czas").
- Nasze zapytania przyjmują postać: dla każdej pary (u_i, v_i), podaj kiedy wierzchołki u_i oraz v_i znalazły się w jednej spójnej składowej.
- Utrzymujemy obecny podział wierzchołków na składowe, oraz dla każdej z nich zbiór identyfikatorów zapytań o jednym końcu w tej składowej. Łącząc przerzucamy "mniejszy do większego".

Zauważmy najpierw, że aby odpowiedzieć na zapytania, wystarczy stwierdzić dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

- Możemy przewtorzyć krawędzie od najpóźniej do najwcześniej zerwanej ("odwrócić czas").
- Nasze zapytania przyjmują postać: dla każdej pary (u_i, v_i), podaj kiedy wierzchołki u_i oraz v_i znalazły się w jednej spójnej składowej.
- Utrzymujemy obecny podział wierzchołków na składowe, oraz dla każdej z nich zbiór identyfikatorów zapytań o jednym końcu w tej składowej. Łącząc przerzucamy "mniejszy do większego".
- Ta część rozwiązania działa w czasie $\mathcal{O}(m \log^2 m)$.

Pozostaje wyznaczyć dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

Pozostaje wyznaczyć dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

Dla uproszczenia zauważmy, że skoro pierwsze dwie współrzędne dronów pozostają stałe, to znając maksymalną długość na którą można rozciągnąć krawędź (u, v) możemy wyliczyć maksymalną różnicę trzecich współrzędnych wierzchołków u i v.

Pozostaje wyznaczyć dla każdej krawędzi kiedy się zerwała.

Dla uproszczenia zauważmy, że skoro pierwsze dwie współrzędne dronów pozostają stałe, to znając maksymalną długość na którą można rozciągnąć krawędź (u, v) możemy wyliczyć maksymalną różnicę trzecich współrzędnych wierzchołków u i v.

Chcemy zasymulować manewry, wykrywając zrywające się krawędzie. Niestety, naiwne zasymulowanie manewru na wierzchołku v zajęłoby czas $\mathcal{O}(deg(v))$.

Fakt: w grafie planarnym istnieje wierzchołek o stopniu co najwyżej 5. Wynika to na przykład z tego, że liczba krawędzi grafu planarnego jest mniejsza niż $3n$ (lub równoważnie ze wzoru Eulera).

Fakt: w grafie planarnym istnieje wierzchołek o stopniu co najwyżej 5. Wynika to na przykład z tego, że liczba krawędzi grafu planarnego jest mniejsza niż $3n$ (lub równoważnie ze wzoru Eulera).

Istnieje więc porządek wierzchołków σ, taki że każdy wierzchołek v ma tylko ≤ 5 krawędzi "w prawo".

Symulujemy manewry, ale gdy wykonujemy manewr na wierzchołku v, to przeglądamy <u>tylko</u> krawędzie z v w prawo.

Symulujemy manewry, ale gdy wykonujemy manewr na wierzchołku v, to przeglądamy tylko krawędzie z v w prawo.

Patrząc na krawędź (v, u), to może być tak, że zerwał ją właśnie wykonany manewr - ale ta sytuacja jest prosta. Musimy jeszcze uwzględnić możliwość, że zerwał ją pewien manewr wykonywany na u gdzieś pomiędzy poprzednim manewrem na v a obecnym.

Symulujemy manewry, ale gdy wykonujemy manewr na wierzchołku v, to przeglądamy tylko krawędzie z v w prawo.

Patrząc na krawędź (v, u), to może być tak, że zerwał ją właśnie wykonany manewr - ale ta sytuacja jest prosta. Musimy jeszcze uwzględnić możliwość, że zerwał ją pewien manewr wykonywany na u gdzieś pomiędzy poprzednim manewrem na v a obecnym.

Pomiędzy dwoma kolejnymi manewrami v jego trzecia współrzędna była stała. Żeby krawędź (v, u) się nie zerwała, trzecia współrzędna u musiała cały czas znajdować się w odpowiednim przedziale.

Chcemy wiedzieć, czy w pewnym przedziale czasu $[l, r]$, trzecia współrzędna u wyszła poza przedział $[h_l, h_r]$, i jeśli tak, to jaki był pierwszy moment kiedy to się stało.

Chcemy wiedzieć, czy w pewnym przedziale czasu $[l, r]$, trzecia współrzędna u wyszła poza przedział $[h_l, h_r]$, i jeśli tak, to jaki był pierwszy moment kiedy to się stało.

Dla każdego u, możemy rozważyć sekwencję wartości jego trzecej współrzędnej, i nad tą sekwencją zbudować drzewo przedziałowe z minimami i maksimami. Wtedy na powyższe pytanie możemy odpowiedzieć w czasie $\mathcal{O}(\log k)$ chodząc po drzewie przedziałowym.

Chcemy wiedzieć, czy w pewnym przedziale czasu $[l, r]$, trzecia współrzędna u wyszła poza przedział $[h_l, h_r]$, i jeśli tak, to jaki był pierwszy moment kiedy to się stało.

Dla każdego u, możemy rozważyć sekwencję wartości jego trzecej współrzędnej, i nad tą sekwencją zbudować drzewo przedziałowe z minimami i maksimami. Wtedy na powyższe pytanie możemy odpowiedzieć w czasie $\mathcal{O}(\log k)$ chodząc po drzewie przedziałowym.

Finalna złożoność: $\mathcal{O}((n+k)\log(n+k) + m\log^2 m)$.