

2C – Zakłócenia

autor zadania: Kamil Dębowski

Treść

Mamy dany ciąg binarny długości $8n$. Pytamy, czy da się pomieszać kolejność bitów w tym ciągu tak, aby po podzieleniu go na n przedziałów długości 8, każdy przedział odpowiadał binarnej reprezentacji małej litery alfabetu angielskiego w kodzie ASCII.

Rozwiązanie

Po pierwsze warto zauważyć, że jedyne co podczas mieszania bitów nie może ulec zmianie, to liczba jedynek. Możemy za to ułożyć bity w każdy ciąg, o ile liczba jedynek w nim jest równa liczbie jedynek w wejściowym ciągu. Policzmy zatem jedynki w wejściowym ciągu i oznaczmy ich liczbę przez k .

Zauważmy, że binarne reprezentacje małych liter alfabetu angielskiego w kodzie ASCII mogą mieć zapalone 3, 4, 5 lub 6 bitów. Poprawny ciąg może mieć zatem od $3n$ do $6n$ jedynek. Jeśli więc k nie należy do przedziału $[3n, 6n]$, to odpowiedź nie istnieje.

Jeśli zaś odpowiedź istnieje, to rozważmy dwa przypadki. Jeśli $k = 6n$, to możemy n razy wypisać literę mającą dokładnie 6 jedynek w swojej reprezentacji binarnej (czyli na przykład literę **w**).

W przeciwnym przypadku, niech $p = \lfloor \frac{k}{n} \rfloor$ oraz $r = (k \bmod n)$. Zauważmy, że p zawiera się w przedziale $[3, 5]$. Jako że $p \cdot (n - r) + (p + 1) \cdot r = k$, to możemy $(n - r)$ razy wypisać literę mającą p zapalonych bitów w reprezentacji binarnej i r razy wypisać literę mającą $(p + 1)$ zapalonych bitów w reprezentacji binarnej. Takie litery można znaleźć za pomocą pętli lub ręcznie wpisać je do kodu. Całkowita złożoność algorytmu to $\mathcal{O}(n)$.