

## Bölmə

Teymur və köməkçisi Ulubəy *Özbəkistan İstedadlara Baxır* şousu üçün sehrli bir nömrə hazırlayırlar. Nömrə Teymurun aşağıdakı **bölmə problemini** həll etməsi ətrafında dönür: verilmiş müsbət tam ədədlər toplusunu hər qrupdakı elementlərin cəminin eyni olması şərtilə  $K$  sayda boş olmayan qruplara bölmək. Başqa sözlə, topludakı hər tam ədəd  $K$  qrupdan tam olaraq birinə təyin olunmalı və hər qrup daxilindəki cəm bərabər olmalıdır. Məsələn, verilən ədədlər toplusu  $[2, 1, 6, 4, 5]$  və  $K = 3$  olarsa, düzgün bölmə  $[2, 4]$ ,  $[1, 5]$  və  $[6]$  olardı. Bu halda, hər qrupdakı elementlərin cəmi tam olaraq 6 -dır.

Nömrə aşağıdakı kimi yerinə yetirilir:

- Ulubəy və Teymur ayrı-ayrı kabinələrə girirlər və bir-biri ilə əlaqə qura bilmirlər.
- Münsif üzvü Ulubəyə  $N$  müsbət ədədlərdən ibarət  $A$  massivini verir, burada  $A[0], A[1], \dots, A[N - 1]$  hər biri 1 ilə  $M$  (hər ikisi daxil) aralığındadır. Münsif üzvü həmçinin Ulubəyə  $K$  dəyərini verir.
- Ulubəy,  $A$  massivinə **yeni elementlər əlavə etmək** üçün maksimum  $K - 1$  (müxtəlif olmaya bilər) tam ədəd seçir. Əlavə edilən hər bir tam ədəd də 1 və  $M$  (hər ikisi daxil) arasında olmalıdır.
- Münsiflər heyəti Ulubəyin seçdiyi tam ədədləri orijinal massivə əlavə edir. Bu genişləndirilmiş massiv daha sonra **azalmayan qaydada sıralanır** və  $K$  dəyəri ilə birlikdə Teymura verilir.
- Daha sonra Teymur bu genişləndirilmiş, sıralanmış massiv üçün bölmə problemini həll etməlidir.

Sizin tapşırığınız Teymur və Ulubəy üçün bir strategiya hazırlamaq və tətbiq etməkdir. Verilmiş məhdudiyyətlər daxilində onların bölmə problemini münsiflər heyətinin təqdim etdiyi  $A$  massivindən asılı olmayaraq uğurla həll etməsinə imkan verən bir strategiyanın mövcud olduğunu sübut etmək olar.

## İcra Detalları

İki prosedur icra etməlisiniz.

**Ulubəy** üçün icra etməli olduğunuz prosedur:

```
std::vector<int> add_numbers(std::vector<int> A, int K, int M)
```

- $A$  : Ulubəyə verilən orijinal massivi təmsil edən  $N$  uzunluğunda bir massiv.

- $K$  : hədəf qrup sayı; unutmayın ki, Ulubəy massivə ən çoxu  $K - 1$  tam ədəd əlavə edə bilər.
- $M$  : hər bir orijinal və yeni əlavə edilmiş tam ədəd üçün icazə verilən maksimum dəyər.
- Bu prosedur hər test üçün tam olaraq bir dəfə çağırılır.

Bu prosedur, Ulubəyin orijinal massivə əlavə etmək istədiyi tam ədədləri bildirən bir  $C$  massivi qaytarmalıdır. Tutaq ki,  $S$ ,  $C$  massivinin uzunluğunu göstərir.

- $S$  ən çox  $K - 1$  ola bilər.
- $C$  -nin hər bir elementi 1 və  $M$  (hər ikisi daxil) arasında olmalıdır.

**Teymur** üçün icra etməli olduğunuz prosedur:

```
std::vector<int> find_partition(std::vector<int> B, int K)
```

- $B$  : həm  $A$  -dan orijinal tam ədədləri, həm də Ulubəyin əlavə etdiyi tam ədədləri ehtiva edən  $N + S$  uzunluğunda bir massiv.  $B$  massivinin elementləri azalmayan qaydada sıralanmışdır.
- $K$  : hədəf qrupların sayı.
- Bu prosedur hər test üçün tam olaraq bir dəfə çağırılır.

Bu prosedur  $B$  -nin  $K$  sayda kəsişməyən qruplara bölünməsinə təmsil edən bir  $P$  massivi qaytarmalıdır.

- $P$  -nin uzunluğu  $N + S$  olmalıdır.
- $0 \leq j < N + S$  olan hər  $j$  üçün,  $P[j]$ ,  $B[j]$  -nin aid olduğu qrupu göstərir.
- Qruplar  $0$  -dan  $K - 1$  -ə qədər nömrələnməlidir, yəni hər  $0 \leq j < N + S$  üçün  $0 \leq P[j] < K$  ödənməlidir.
- $0$  ilə  $K - 1$  arasında (hər ikisi daxil) hər  $i$  üçün,  $P[j] = i$  olan ən azı bir  $j$  ( $0 \leq j < N + S$ ) elementi olmalıdır.
- $K$  qrupun hər birinə təyin olunmuş elementlərin cəmi eyni olmalıdır.

Faktiki qiymətləndirmədə, yuxarıdakı prosedurları çağıran bir proqram **tam olaraq iki dəfə** işə salınır.

- Proqramın ilk işə salınması zamanı:
  - `add_numbers` tam olaraq bir dəfə çağırılır.
  - Qaytarılan massiv  $B$  massivini hesablamaq üçün qiymətləndirmə sistemi tərəfindən emal edilir.
- Proqramın ikinci işə salınması zamanı:
  - `find_partition` tam olaraq bir dəfə çağırılır.

## Məhdudiyyətlər

- $3 \leq N \leq 100\,000$
- $2 \leq K \leq 100\,000$
- $K \leq N$

- $1 \leq M \leq 10^9$
- $0 \leq i < N$  olan hər bir  $i$  üçün  $1 \leq A[i] \leq M$ .

## Alt tapşırıqlar

| Alt tapşırıq | Bal | Əlavə Məhdudiyyətlər      |
|--------------|-----|---------------------------|
| 1            | 5   | $N = 3$                   |
| 2            | 4   | $M = 1$                   |
| 3            | 7   | $M \leq 2$                |
| 4            | 10  | $N \leq 10$               |
| 5            | 7   | $K = 2$                   |
| 6            | 12  | $K \leq 3$                |
| 7            | 17  | $K \leq 10$               |
| 8            | 20  | $K \leq 100$              |
| 9            | 18  | Əlavə məhdudiyyət yoxdur. |

## Nümunə

Aşağıdakı çağırışı nəzərdən keçirin:

```
add_numbers([8, 2, 9, 6, 1, 5, 5], 3, 9)
```

Bu nümunədə  $A = [8, 2, 9, 6, 1, 5, 5]$ . Ədədləri  $K = 3$  qrupa bölmək istəyirik. Ulubəy 1 ilə  $M = 9$  arasında ədədlər əlavə edə bilər.

Prosedur  $[5, 4]$  qaytara bilər, yəni Ulubəy  $S = 2$  yeni tam ədəd əlavə etmək qərarına gəlir: 5 və 4 . Bunlar düzgündür, çünki hər iki element 1 və  $M = 9$  arasındadır.

Genişləndirilmiş massiv daha sonra sıralanır və aşağıdakı çağırışla Teymura ötürülür:

```
find_partition([1, 2, 4, 5, 5, 5, 6, 8, 9], 3)
```

Bu massivdəki tam ədədləri növbəti üç qrupa bölə bilərik:  $[1, 5, 9]$  ,  $[2, 5, 8]$  və  $[4, 5, 6]$  . Qeyd edək ki, bu qrupların hər birinin cəmi 15-ə bərabərdir. Bu bölməni bildirmək üçün prosedur  $[0, 1, 2, 0, 1, 2, 2, 1, 0]$  massivini qaytarmalıdır.

# Nümunə Qiymətləndirici

Giriş formatı:

```
N K M
A[0] A[1] ... A[N-1]
```

Çıxış formatı:

`add_numbers` proseduruna çağırış başa çatdıqdan sonra nümunə qiymətləndirici:

- Sıralanmış  $B$  massivini hesablayır.
- $C$  və  $B$  massivlərini aşağıdakı formatda, **daha sonrasında boş sətir** ilə çap edir:

```
S
C[0] C[1] ... C[S-1]
B[0] B[1] ... B[N+S-1]
```

`find_partition` proseduruna çağırış başa çatdıqdan sonra, nümunə qiymətləndirici aşağıdakı nəticəni verir:

```
L
P[0] P[1] ... P[L-1]
```

Burada,  $L$ , `find_partition` tərəfindən qaytarılan  $P$  massivinin uzunluğudur.