



试题分析

—password

唐文斌



题意简述

- 给定 N 个四位整数
- 寻找一尽量短的数字环, 使得包含所有给定的整数(圆周上包含)
- 类型: 提交答案



数据规模

数据编号	N	最高分
1	12	10
2	100	10
3	1000	10
4	333	10
5	667	10
6	1234	10
7	1000	10
8	180	12
9	1099	10
10	10000	10



得分情况

- 顾研 92 (其中第8个点12分)
- 肖汉俊 72
- 李诚 70
- 金斌 66
- 徐持衡 61
- 漆子超 53
- 余林韵 刘弈 52

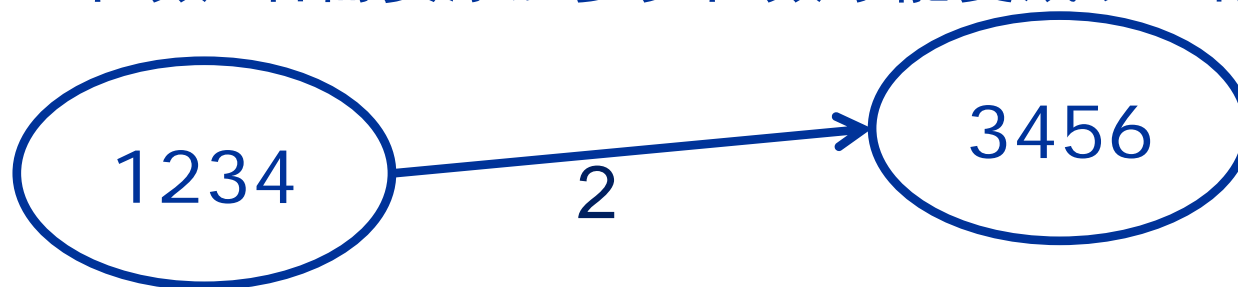


解法讨论

建立模型

○ 模型A:

- 将每一个4位数作为图中一个点
- 两点之间 $a \rightarrow b$ 的边权表示
 - 4位数 a 后需要添加多少位数才能变成以 b 结尾



● 问题即为

- 求该图最短的Hamilton回路



基于模型A的算法

- 贪心
- 随机化
- 等等 (后面讨论)

建立模型

○ 模型B:

- 用3位数表示图的点, 则4位数代表图的边



- 目标: 寻找一条回路, 包含所有给定的边(4位数)
- 即添加尽量少的边, 使图存在欧拉回路

通过模型B看数据

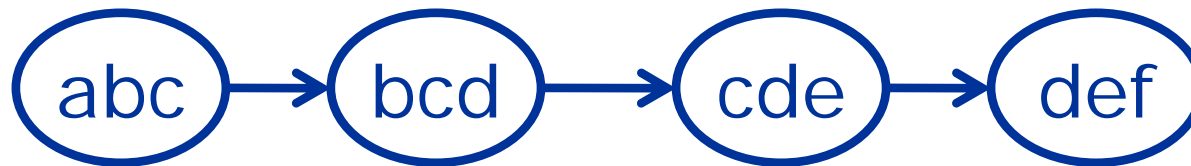
CaseNo	规律
1	小数据
2	存在欧拉回路
3	存在欧拉回路
4	基图连通
5	基图连通
6	基图连通
7	基图不连通
8	基图不连通
9	基图不连通
10	存在欧拉回路(0000~9999) //亦可构造

● ● ● | Case 2, 3, 10

- 直接使用欧拉回路算法生成解即可
- Case 10是0000~9999的完整序列
 - 存在构造方法

● ● ● | Case 4 5 6

- 基图连通
- 添加最少的边使图存在欧拉回路
- 即使得 每一个点的入度 = 出度
- 该图中, 边必须满足 $(abc) \rightarrow (bcd) // abcd$



● ● ● | Case 4 5 6 (10)

- 添加形如 $abc \rightarrow bcd$ 的路径, 需要加边1条
- 添加形如 $abc \rightarrow cde$ 的路径, 需要加边2条
- 添加形如 $abc \rightarrow def$ 的路径, 需要加边3条

- 设入度 $>$ 出度的点为A类点
- 设入度 $<$ 出度的点为B类点
- 可通过 最小费用流(或者 二分图权匹配)
解决该问题

● ● ● | Case 7,8,9

- 基图不连通情况
- 方案1: 先贪心(随机化)加边, 使得基图连通, 再套用上述算法
- 方案2: 在匹配(费用流)时优先考虑连接不同连通块的边
 - 将权设置为0.9, 1.9, 2.9
 - 最后通过调整合并非连通块

其他算法——贪心1

- 基于模型A的贪心算法1:
 - 任意选择起点 u
 - 从 u 开始, 每次选择未被选中的距离最近的点
 - 由此扩展出一条Hamilton回路
 - 优化: 双端扩展
- 期望得分: 20~40

其他算法——贪心2

- 基于模型A的贪心算法2:
 - 考虑“段”，起初每一个4位数为一个段
 - 每一次，寻找两个overlap长度尽量大的段进行拼接
 - 直到只剩下一个段，此时尝试头尾相接
 - 可以证明，该算法得到解 不超过最优解的3倍.
 - 期望得分： 60~90

其他算法——缩圈法1

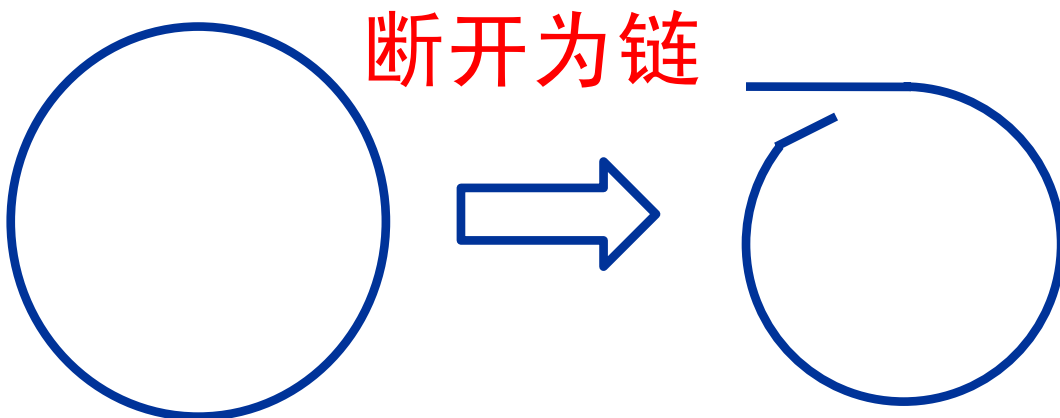
- 基于模型A的缩圈法
- 目标: Hamilton回路
- 每一个点(4位数)应有一个前驱和一个后继
 - 建立二分图 $G=(X, Y, E)$
 - 从 $a \rightarrow b$ 的一条边, 表示在寻找的哈密尔顿路中选用这条边的费用
 - 求最优匹配(得到的匹配应对应图中若干个环, 所有环中的点组成了点集)
 - 对这若干个环进行合并

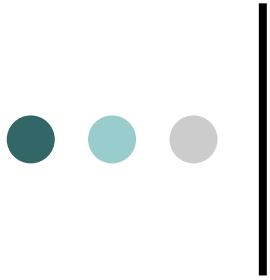
● ● ● | 其他算法——缩圈法 B

- 基于模型B的缩圈法
- 每一个连通块内
 - 使用最优匹配的方法得到一个数字环
- 合并圈
- 上述两个算法期望得分为80~100+



如何合并圈





Thank You