题目回顾

考虑一个左右边各 $n(n \leq 15)$ 个点的二分图，它的边分为一些不交的组。有以下三种组：

- 单条边组成的组，这条边 50% 的概率出现，50% 的概率不出现。
- 两条边组成的组，以 50% 的概率两条边出现，50% 的概率两条边一起不出现。
- 两条边组成的组，其中一条出现另一条不出现，每条出现的概率都是 50%。

考虑出现的边组成的图，问它完美匹配的数量的期望是多少？

得分情况

- 60 分：1 人。
- 40 分：一堆人。
- ...

问题分析，期望线性性

- 考虑期望的线性性。容易看出可以分别考虑每个完美匹配对最后答案的贡献。
- 转变成一个比较直观的计数问题。

前 40% 的分数

- 对于 $n = 15$，$m = n^2$，全是 $t = 0$ 的数据，可以看出答案就是 $n!$，因为有 $n!$ 种不同的完美匹配，每种对期望的贡献是 2^{-n}。
- 同时，对于 $n \leq 10$ 的数据，我们可以枚举 $n!$ 种完美匹配，一一计算对最后期望的贡献。
- 然后对于 $t = 0$ 的数据，注意到因为每个完美匹配对期望的贡献都是 2^{-n}，所以实际上就是求可能出现的边构成的图中，完美匹配的数量，因此只需要一个简单的动态规划就可以了。

100% 的分数

- 让我们考虑如何处理 $t = 1$ 的情况，也就是一组的两条边 50% 的概率一起出现，50% 的概率一起不出现。
- 考虑一个匹配，它对答案的贡献就是它出现的概率。
- 注意到如果这个匹配里面有 k 组边，那么它的贡献就是 2^{-k}，而不是 2^{-n}。
- 我们在碰到两个一组的边的时候，如果还是用 $t = 0$ 的情况的动态规划，可以发现概率乘上了 $1/4$ 而不是我们想要的 $1/2$，所以我们不妨添加一种新的转移，就是将两组边一起选上，并且概率为 $1/4$。这样的话就正好能够把这组对应的概率补齐到 $1/2$。
- 同样的道理，对于 $t = 2$ 的情况，我们也添加一种新的转移，将两组边一起选上且概率为 $-1/4$。这样就能把这组边对应的概率调整到 0，符合第二种情况的定义。
- 简单计算可以发现状态的数量只有几百万种，就能获得一百分了。