

Problem A. 迫害 DJ

20% : $k = 1$

求二阶常系数齐次递推方程的第 n 项。

直接用矩阵快速幂优化递推即可。

40% : $k = 2$

在模 p 意义下的这样的数列一定是有循环节的。

那么只要找出 $g(n)$ 的循环节即可。

可以用矩阵意义下的 BSGS 算法解决。

100% :

可以发现题目中的递推式其实就是斐波那契数列。

斐波那契数列在模 p 意义下的循环节是容易计算的。

设 $F(n)$ 表示模 n 意义下的循环节长度

设 $p = p_1^{k_1} * p_2^{k_2} * \dots * p_k^{k_k}$

$$\begin{aligned} F(p_i) &= 3, & p_i &= 2 \\ &8, & p_i &= 3 \\ &20, & p_i &= 5 \\ &p_i - 1, & p_i \% 5 &= 1/4 \\ &2 * p_i + 2, & p_i \% 5 &= 2/3 \end{aligned}$$

$$F(p) = \text{LCM}(F(p_i) * p_i^{(k_i-1)})$$

然后再使用矩阵快速幂计算即可。