

D. Lézercsapás

Feladat	Laser Strike
Időkorlát	3 másodperc
Memóriakorlát	1 gigabyte

Anna és Kathrin nemrég felfedeztek egy új társasjátékot, ami azóta a kedvencük lett: a Lézercsapás. Ebben a játékban a két játékos együtt tüntet el N bábut a tábláról.

A játéknak két fázisa van. Az a bökkenő, hogy menet közben Kathrinnak nincs teljes információja a játék állásáról. A győzelemhez Annának és Kathrinnak úgy kell együttműködniük, hogy közben a lehető legkevesebbet kommunikálnak egymással.

A táblán N darab egyedi bábu található, 0 -tól $N - 1$ -ig számozva. Mindkét játékos láthatja ezeket a bábukat. Továbbá felírható $N - 1$ kapcsolat a bábupárok között, melyek segítségével bármelyik bábutól bármelyik bábuig el lehet jutni a kapcsolatokon keresztül. Ez azt jelenti, hogy ezek a kapcsolatok egy fát alkotnak. **Csak Anna látja ezeket a kapcsolatokat; Kathrin nem ismeri őket.**

A játék első fázisában Anna kitalál egy stratégiát, hogy milyen $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ sorrendben kell a bábukat eltávolítani, amíg csak egy marad. Ez a sorrend titokban marad Kathrin előtt. Ha Kathrin végre tudja hajtani Ann stratégiáját, megnyerik a játékot.

A bábuk eltávolítására az alábbi szabály vonatkozik: az eltávolítandó báburnak pontosan egy megmaradó bábuval kell kapcsolódnia. Másként fogalmazva az eltávolítandó bábu egy levél abban a fában, amit a megmaradó bábuk és önmaga alkotnak. (Miután az $N - 1$ bábut eltávolították, az utolsó bábu automatikusan eltűnik és a játékosok nyernek.) Annának olyan sorrendet kell választania, amely megfelel a fenti szabálynak.

Anna egy üzenetet is ír Kathrinnak ami egy bináris karakterlánc. Anna választhatja ki az üzenet hosszúságát – de minél rövidebb, annál több pontot kap.

Ezt követően elkezdődik a játék második fázisa. A játék célja, hogy Kathrin eltávolítson $N - 1$ bábut a tábláról a következő sorrendben $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$. Ekkor $N - 1$ lépést fog tenni.

Mielőtt az i . lépés megtörténne, Anna ad Kathrinnak egy a és b egész számpárt a következő tulajdonságokkal:

- $a < b$;
- van közvetlen kapcsolat az a . és a b . bábu között;
- vagy a vagy b a megfelelő ℓ_i bábu, amelyet ebben a lépésben el kell távolítani.

Megjegyzés: az aktuális fa ℓ_i levele egyértelműen meghatározza az (a, b) kapcsolatot Anna számára.

Kathrin ezután leveszi vagy az a vagy a b bábút a tábláról. Ha ez volt a helyes bábu – azaz ℓ_i –, akkor tovább játszanak. Különben elveszítik a játékot.

A feladatod, hogy megvalósítsd Anna és Kathrin stratégiáját úgy, hogy megnyerjék a játékot.

A programodat az alapján pontozzuk, hogy milyen hosszú Anna üzenete a játék első fázisában.

Megvalósítás

A programod kétszer fog végrehajtódni. Az első futtatáskor Annának a játék első fázisának stratégiáját kell végrehajtania. Ezt követően a második fázisban Kathrin stratégiáját kell végrehajtani.

A bemenet első sora két egész számot tartalmaz: P és N , ahol P értéke vagy 1 vagy 2 (első vagy második fázis), N pedig a bábuk száma.

A további bemenet a játék aktuális fázisától függ:

Első fázis: Anna

Az első fázis esetén a fenti első sor után a bemenet $N - 1$ sora a fát írják le. Minden sor két számot tartalmaz, a -t és b -t ($0 \leq a < b \leq N - 1$), amelyek az a . és a b . bábu közötti kapcsolatot jelzik.

A programod kimenetének Anna üzenetét, egy legfeljebb 1 000 karakterből álló bináris karakterláncot kell kiírnia (ennek a karakterláncnak minden eleme 0 vagy 1).

Ha 0 hosszúságú karakterláncot szeretnél a kimenetre írni, akkor egy üres sort kell kiírnod.

Ezután $N - 1$ egész számot kell megadnod egymás utáni sorokban: $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$, ami leírja, hogy Anna milyen sorrendben szeretné eltávolítani a fa leveleit.

Olyan sorrendet kell megadnod, melyre teljesül, hogy ha a bábukat ebben a sorrendben egyenként eltávolítjuk a fáról, akkor az eltávolított bábu mindig levél, azaz a fa mindig összefüggő marad.

Második fázis: Kathrin

A második fázis esetén a fenti első sor után a bemenet következő sora az első fázisból származó bináris karakterláncot (Anna üzenetét) tartalmazza.

Ezt követően $N - 1$ interakciós kör lesz, amelyek Kathrin egyes lépései.

Az i . lépésben a programodnak először két számot kell beolvasnia, a -t és b -t ($0 \leq a < b \leq N - 1$). Az egyik ilyen bábu az ℓ_i levél Anna sorrendjében, a másik bábu pedig az egyetlen fennmaradó bábu, amely az ℓ_i levélhez kapcsolódik.

Ezután a programodnak az ℓ_i értéket kell kiírnia, ami azt jelzi, hogy Kathrin eltávolítja ezt a levelet.

Ha a programod nem a megfelelő ℓ_i levelet írja ki, a lányok elveszítik a játékot és a beküldött válaszodat rossz válaszként (Wrong Answer) fogjuk értékelni.

Részletek

Ha a program két különálló futtatásának összege meghaladja az időkorlátot, a beküldött programot időkorlát túllépésként értékeljük.

Minden sor kiírása után feltétlenül ürítsd ki a standard kimenetet, különben a programod időkorlát túllépésként lesz értékelve.

Pythonban ez automatikusan megtörténik, amíg az `input()` függvényt használod a sorok beolvasásához.

C++-ban a `cout << endl;` függvény az új sor kiírása mellett ürít is; `printf()` függvény használata esetén használd az `fflush(stdout)` parancsot.

Megjegyzés: üres karakterlánc helyes beolvasása bonyolult lehet, a megadott sablon ezt az esetet helyesen kezeli.

Korlátok és pontozás

- $N = 1\,000$.
- $0 \leq a < b \leq N - 1$ minden kapcsolatra.

A megoldásodat tesztcsoportokra teszteljük, minden tesztcsoport adott pontot ér. Minden tesztcsoport több tesztesetet tartalmaz. Egy tesztcsoport pontjainak megszerzéséhez az adott tesztcsoport összes tesztesetére helyesen kell futnia a megoldásodnak.

Csoport	Maximális pontszám	Korlátok
1	8	A fa egy csillag, azaz egy kivételével minden pont levél.
2	9	A fa egy vonal, vagyis két levél kivételével minden pontnak pontosan két szomszédja van.
3	21	A fa egy csillag, amelyből vonalak indulnak ki, vagyis minden pontnak van egy vagy két szomszédja, kivéve egyet, amelynek kettőnél több szomszédja van..
4	36	Legfeljebb 10 a távolság bármely két pont között.
5	26	Nincsenek további korlátozások.

Minden olyan tesztcsoportért, amelyet a programod helyesen megold, a következő képlet alapján pontozunk:

$$\text{score} = S_g \cdot (1 - 0.3 \cdot \log_{10} \max(K, 1)),$$

ahol S_g a tesztcsoport maximális pontszáma és K Anna üzenetének maximális hossza a tesztcsoport bármely tesztesetére.

Az egyes tesztcsoportok pontszámát a legközelebbi egész számra kerekítjük.

Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy hány pontot kap a program különböző K értékek esetén, ha az összes tesztcsoportot ezzel a K értékkel oldod meg.

Ahhoz, hogy 100 pontot érj el, a megoldásodnak minden tesztesetet $K \leq 1$ értékkel kell megoldania.

K	1	5	10	50	100	500	1000
Score	100	79	70	49	39	20	11

Tesztelő keretrendszer

A megoldás tesztelésének megkönnyítésére egy egyszerű alkalmazást biztosítunk, amelyet letölthetsz a Kattis probléma oldal alján található „attachments” menüpontnál. Az eszköz használata nem kötelező. Vedd figyelembe, hogy a Kattis hivatalos értékelője eltér a tesztelő eszköztől.

Az eszköz használatához hozz létre egy bemeneti fájlt, például a „sample1.in” fájlt, amely tartalmazza az N számot, melyet $N - 1$ sor követ, amelyek leírják a fát ugyanabban a formátumban, ahogyan az 1. fázisban ismertettük.

Például:

```
7
0 1
1 2
2 3
0 4
0 6
1 5
```

Python programok esetén add ki a `solution.py` (általában `pypy3 solution.py`) utasítást, majd futtasd:

```
python3 testing_tool.py pypy3 solution.py < sample1.in
```

C++ használata esetén először fordítsd le a programod (pl. `g++ -g -O2 -std=gnu++23 -static solution.cpp -o solution.out`), majd futtasd a tesztelő eszközt a következő paranccsal:

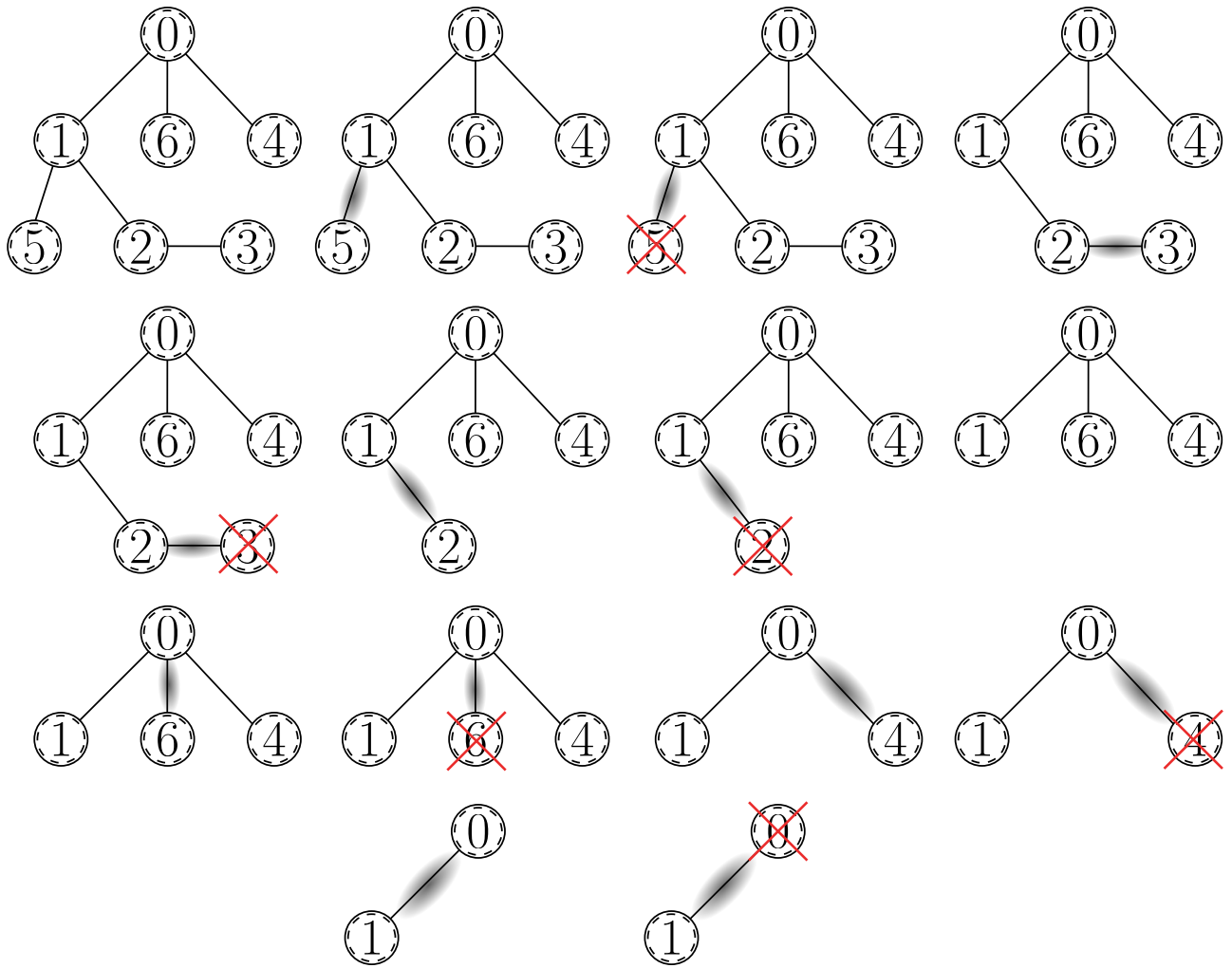
```
python3 testing_tool.py ./solution.out < sample1.in
```

Példa

Megjegyzés: az itt szereplő példa az egyszerűség kedvéért $N = 7$ értéket használ, ezért nem érvényes teszt eset. A programodnak nem kell tudni megoldania ezt az esetet. Az értékelő összes teszt esetében $N = 1\,000$.

A példában Anna a következő fát kapja. Az első fázisban Anna beolvassa a fát, kiválasztja a "0110" bináris karakterláncot, amelyet elküld Kathrinnak és kiválasztja a $[\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}] = [5, 3, 2, 6, 4, 0]$ sorrendet is, ami alapján a bábukat el kell távolítani.

A második fázisban Kathrin megkapja az első fázisban elküldött " 0110 " karakterláncot. Ezután megkapja az $(1, 5)$ párt, és úgy dönt, hogy eltávolítja az 5-ös csúcsot, ami valóban levél. A következő lépésben megkapja a $(2, 3)$ párt és eltávolítja a 3-as levelet, és így tovább. A következő képek az egyes lépéseket ábrázolják:



értékelő kimenete	saját kimenet
1 7	
0 1	
1 2	
2 3	
0 4	
0 6	
1 5	
	0110
	5
	3
	2
	6
	4
	0

értékelő kimenete	saját kimenet
2 7	
0110	
1 5	
	5
2 3	
	3
1 2	
	2
0 6	
	6
0 4	
	4
0 1	
	0