

## D. Leysigeisla árás

Problem Name	Laser Strike
Time Limit	3 seconds
Memory Limit	1 gigabyte

Anna og vinkona hennar Katrín hafa nýlega uppgötvað nýtt borð spil sem heitir Leysigeisla árás og er núna í uppáhaldi hjá þeim. Spilið er tveggja manna spil þar sem spilarar vinna saman að því að fjarlægja  $N$  hluti af leikborðinu. Leikurinn er spilaður í tveimur fösum. Vandamálið er að Katrín er ekki með allar upplýsingar leiksins. Til að sigra þurfa Anna og Katrín að vinna saman með eins litlum samskiptum og mögulegt er.

Það eru  $N$  einstakir hlutir á leikborðinu sem eru númeraðir 0 upp í  $N - 1$ . Báðir spilarar sjá þessa hluti. Það eru einnig  $N - 1$  tengingar milli para af hlutum þannig mögulegt er að ferðast frá sérhverjum hlut til allra annarra hluta með því að fylgja þessum tengingum. Þessar tengingar mynda tré í öðrum orðum. **Einungis Anna getur séð þessar tengingar, Katrín sér þær ekki.**

Í fyrsta fasa leiksins byrjar Anna á að velja röð  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$  til að fjarlægja hlutina þar til aðeins einn hlutur er eftir. Þessarri röð verður haldið leyndri þannig að Katrín veit hana ekki. Ef Katrín getur endurtekið röðina þá sigra þær leikinn. Það er regla um hvernig má fjarlægja hluti. Í hvert skipti sem hlutur er fjarlægður þarf hann að vera tengdur við nákvæmlega einn annan eftirstandandi hlut. Í öðrum orðum þá þarf hluturinn þarf að vera lauf í trénu sem tengingarnar mynda með eftirstandandi hlutunum. Eftir að  $N - 1$  hlutir hafa verið fjarlægðir er síðasti hluturinn fjarlægður sjálfkrafa og spilararnir sigra. Anna þarf að velja röð sem fylgir reglunni að ofan.

Anna mun einnig skrifa niður skilaboð fyrir Katrínu í formi tvíundastafastrengs. Anna má ákveða hversu löng þessi skilaboð eru en því styttri sem þau eru, því fleiri stig fá þær.

Eftir það mun annar fasi leiksins hefjast. Markmið Katrínar í leiknum er að fjarlægja  $N - 1$  hluti af borðinu í röðinni  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ . Hún mun framkvæma  $N - 1$  hreyfingar. Áður en Katrín framkvæmir hreyfingu  $i$  mun Anna segja henni þar heiltalna  $a$  og  $b$  með eftirfarandi eiginleika.

- $a < b$ ;
- það er ennþá þar eftirstandandi hluta sem eru beintengdir númeraðir  $a$  og  $b$ ; og
- annað hvort  $a$  eða  $b$  er rétti hluturinn  $\ell_i$  sem á að fjarlægja í þessari hreyfingu.

Athugaðu að fyrir Önnu er tengingin  $(a, b)$  ákvörðuð á ótvíræðan máta út frá lafinu  $\ell_i$  í núverandi tréi.

Katrín fjarlægir svo annað hvort  $a$  eða  $b$  frá leikborðinu. Ef þetta var réttur hlutur, það er, hlutur  $\ell_i$ , þá halda þær áfram að spila. Annars tapa þær leiknum.

Verkefni þitt er að útfæra bæði leikáætlun Önnu og leikáætlun Katrínar þannig að þær sigri leikinn.

Forrit þitt fær stig út frá lengd skilaboðsins sem Anna skrifar í fyrsta fasa leiksins.

## Útfærsla

Þetta er fjölkeyrslu verkefni, sem þýðir að forrit þitt verður keyrt tvisvar. Í fyrsta skiptið sem það er keyrt skal það útfæra leikáætlun Önnu fyrir fyrri fasa leiksins. Næst skal það útfæra leikáætlun Katrínar fyrir seinni fasa leiksins.

Fyrsta línan í inntakinu inniheldur tvær heiltölur  $P$  og  $N$ , þar sem  $P$  er annað hvort 1 eða 2, táknaði fyrri eða seinni fasa, og  $N$  er fjöldi hluta í leiknum.

Eftirfarandi inntak fer eftir fasa leiksins:

### Fasi 1: Anna

Eftir fyrstu línuna sem var lýst að ofan munu næstu  $N - 1$  línur lýsa trénu. Hver lína inniheldur tvær heiltölur  $a$  og  $b$  sem tákna tengingu milli  $a$  og  $b$ , þar sem  $0 \leq a < b \leq N - 1$ .

Forrit þitt skal byrja á að skrifa út skilaboð Önnu sem er táknað af tvíundastafastreng sem er mest 1 000 stafir að lengd og sérhver stafur ýmist 0 eða 1. Athugaðu að til að framleiða streng af lengd 0 skal skrifa út auða línu.

Eftir þetta skal skrifa út  $N - 1$  heiltölur  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{n-2}$  á mismunandi línur sem gefa til kynna í hvaða röð Anna vill fjarlægja lafin af trénu. Þessi röð verður að vera þannig að ef hlutirnir eru fjarlægðir einn í einu í tilgreindu röðinni að þá verður fjarlægði hluturinn ávallt að vera lauf, það er, tréið verður að vera samanhangandi áfram.

### Fasi 2: Katrín

Eftir fyrstu línuna sem var lýst að ofan mun næsta lína inntaks innihalda tvíundastafastrenginn, skilaboð Önnu, úr fyrri fasanum.

Því næst koma  $N - 1$  umferðir af gagnvirkni, ein fyrir hverja hreyfingu Katrínar.

Í  $i$ -tu hreyfingunni skal forrit þitt lesa tvær heiltölur  $a$  og  $b$ , þar sem  $0 \leq a < b \leq N - 1$ . Einn þessarra hluta er lafið  $\ell_i$  úr röðinni hennar Önnu og hinn er eftirstandandi hlutinn sem er tengdur við  $\ell_i$ . Svo skal forrit þitt skrifa út  $\ell_i$ , sem gefur til kynna að Katrín fjarlægir þetta lauf. Ef

forrit þitt skrifar ekki rétt lauf  $\ell_i$  munu stúlkurnar tapa leiknum og innsending þín fær dómsúrskurðinn Wrong Answer fyrir viðeigandi profutilvik.

## Smáatriði

Ef *summa* keyrslutíma þessarar tveggja mismunandi keyrslna fer yfir tímatakmörkin, þá mun innsending þín fá dómsúrskurðinn Time Limit Exceeded.

Passaðu að sturta úr staðalúttaki eftir hverja tilraun, annars gæti forritið þitt fengið dómsúrskurðinn „Time Limit Exceeded“. Í Python gerist þetta sjálfkrafa ef þú notar `input()` til að lesa línur. Í C++ mun `cout << endl;` sturta eftir að hafa skrifað út nýja línu. Ef þú notar `printf` skaltu einnig nota `fflush(stdout)`.

Athugaðu að það getur reynst erfitt að lesa inn tóman streng. Gefnu sniðmátin gera það á réttan máta.

## Takmarkanir og stigagjöf

- $N = 1\,000$ .
- $0 \leq a < b \leq N - 1$  fyrir sérhverja tengingu.

Lausn þín verður prófuð á safni af prufuhópum og er hver hópur virði einhvers fjölda stiga. Hver prufuhópur inniheldur safn af profutilvikum. Til að fá stigin fyrir prufuhóp þarftu að leysa sérhvert profutilvik í prufuhópnum.

Hópur	Hámarksstig	Takmarkanir
1	8	Tréið er stjarna. Það er, allir hnútar nema einn eru lauf.
2	9	Tréið er lína (eða leið). Það er, allir hnútar eru með nákvæmlega tvo nágranna fyrir utan tvö lauf.
3	21	Tréið er stjarna með línur út frá stjörnunni. Það er, allir hnútar eru með einn eða tvo nágranna, fyrir utan einn sem er með fleiri en tvo nágranna.
4	36	Fjarlægð milli sérhvers pars hnúta er í mesta lagi 10.
5	26	Engar frekari takmarkanir.

Fyrir hvern prufuhóp sem forrit þitt leysir rétt munt þú fá stig út frá eftirfarandi formúlu:

$$\text{score} = S_g \cdot (1 - 0.3 \cdot \log_{10} \max(K, 1)),$$

þar sem  $S_g$  er hámarksstigin fyrir prufuhópin og  $K$  er hámarkslengdin sem Anna þurfti fyrir profutilvikin í prufuhópnum. **Stig þín fyrir hvern prufuhóp verða námunduð að næstu heiltölu.**

Taflan hér að neðan sýnir fjölda stiga fyrir nokkur gildi af  $K$  sem forrit þitt fær ef það leysir alla prufuhópa með því gildi af  $K$ . Nánar tiltekið, til að fá 100 stig þarf lausn þín að leysa öll prufutilvik með  $K \leq 1$ .

K	1	5	10	50	100	500	1000
Stig	100	79	70	49	39	20	11

## Prufutól

Til að bjóða þér upp á að prófa forritið þitt veitum við þér einfalt tól sem þú getur niðurhalað. Sjáðu viðhengi („attachments“) neðst á Kattis síðunni. Notkun á tólinu er valkvæm og þú mátt breyta því. Athugaðu að alvöru yfirferðarforritið á Kattis er frábrugðið prufutólinu.

Til að nota tólið skaltu búa til inntaksskrá, til dæmis „sample1.in“, sem skal byrja á heiltölu  $N$  og á eftir fylgja  $N - 1$  línur sem lýsa trénu á sama sniði og í fasa 1. Til dæmis, fyrir sýnidæmið að neðan:

```
7
0 1
1 2
2 3
0 4
0 6
1 5
```

Fyrir Python forrit, eins og `solution.py` (venjulega keyrð með `pypy3 solution.py`) skal keyra það með:

```
python3 testing_tool.py pypy3 solution.py < sample1.in
```

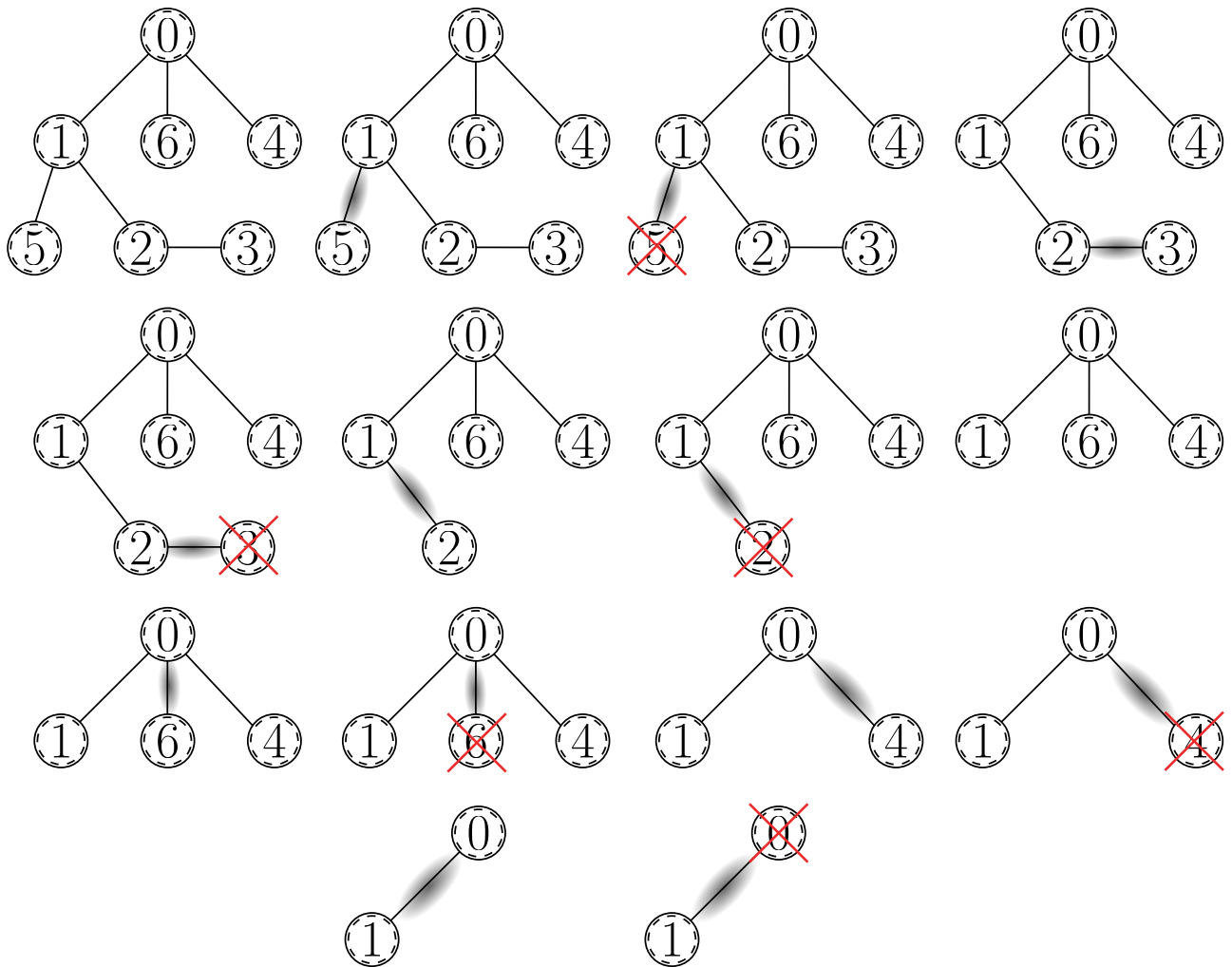
Fyrir C++ forrit skal fyrst þýða það (t.d. með `g++ -g -O2 -std=gnu++20 -static solution.cpp -o solution.out`) og svo keyra það með:

```
python3 testing_tool.py ./solution.out < sample1.in
```

## Sýnidæmi

Athugaðu að í sýnidæminu í þessum hluta verkefnalýsingarinnar er  $N = 7$  fyrir einfaldleika og er því ekki gilt prufutilvik. Ekki er búist við að forrit þitt leysi þetta tilvik. Öll prufutilvik sem yfirferðarforritið prófar munu hafa  $N = 1\,000$ .

Í sýnidæminu fær Anna eftirfarandi tré. Í fyrri fasa les Anna inn tréið og velur tvíundastafastrenginn "0110" til að senda Katrínu og velur einnig röðina  $[\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}] = [5, 3, 2, 6, 4, 0]$  sem hlutirnir verða fjarlægðir í. Í seinni fasanum fær Katrín strenginn "0110" sem var sendur í fyrri fasanum. Hún fær svo parið (1, 5) og ákveður að fjarlægja hnút 5 sem er einmitt lauf. Næst fær hún (2, 3) og fjarlægir 3, og svo framvegis. Eftirfarandi myndir sýna gagnvirknina.



úttak yfirferðarforrits	úttak forrits þíns
1 7	
0 1	
1 2	
2 3	
0 4	
0 6	
1 5	
	0110
	5
	3
	2
	6
	4
	0

úttak yfirferðarforrits	úttak forrits þíns
2 7	
0110	
1 5	
	5
2 3	
	3
1 2	
	2
0 6	
	6
0 4	
	4
0 1	
	0