

NOI 2025 Day2 A. 三目运算符

syzf2222

2025 年 7 月 16 日

问题 (三目运算符)

- 给定长度为 n 的 01 串。
- 定义一次变换为前两位不变，第三位开始变为与前两位三目运算的结果。
- q 次区间 *flip*，每次问当前串多少次变换后不变。

数据范围： $n, q \leq 4 \times 10^5$ 。

- 出题人本来认为自己写了一种常数最大的做法，结果现场测时的时候发现验题人都比自己慢，且在随机顺序评测的情况下恰好速度严格递增。

$$n, q \leq 200$$

$n, q \leq 200$

- 可以证明，答案一定不会超过 n 。

$n, q \leq 200$

- 可以证明，答案一定不会超过 n 。
- 依照题意模拟，时间复杂度 $O(qn^2)$ ，期望得分：30。

$$n, q \leq 5000$$

$n, q \leq 5000$

- 考虑 $t_i \neq s_i$ 的情况: $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 为 101 或 110。

$n, q \leq 5000$

- 考虑 $t_i \neq s_i$ 的情况: $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 为 101 或 110。
- 若 S 仅包含 101, 则一次变换后, S 中的 101 同时变为 100, 之后不再发生变化, 即答案为 1。

$n, q \leq 5000$

- 考虑 $t_i \neq s_i$ 的情况: $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 为 101 或 110。
- 若 S 仅包含 101, 则一次变换后, S 中的 101 同时变为 100, 之后不再发生变化, 即答案为 1。
- 对于 $110x$, 一次变换后变为 $y110$, 同样的结构向后平移了一位。

$n, q \leq 5000$

- 考虑 $t_i \neq s_i$ 的情况: $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 为 101 或 110。
- 若 S 仅包含 101, 则一次变换后, S 中的 101 同时变为 100, 之后不再发生变化, 即答案为 1。
- 对于 $110x$, 一次变换后变为 $y110$, 同样的结构向后平移了一位。
- 因此答案即为最前面的 110 平移到末尾的次数。

$n, q \leq 5000$

- 考虑 $t_i \neq s_i$ 的情况: $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 为 101 或 110。
- 若 S 仅包含 101, 则一次变换后, S 中的 101 同时变为 100, 之后不再发生变化, 即答案为 1。
- 对于 $110x$, 一次变换后变为 $y110$, 同样的结构向后平移了一位。
- 因此答案即为最前面的 110 平移到末尾的次数。
- 每次修改后找到最前面的 110 即可。

$n, q \leq 5000$

- 考虑 $t_i \neq s_i$ 的情况: $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 为 101 或 110。
- 若 S 仅包含 101, 则一次变换后, S 中的 101 同时变为 100, 之后不再发生变化, 即答案为 1。
- 对于 $110x$, 一次变换后变为 $y110$, 同样的结构向后平移了一位。
- 因此答案即为最前面的 110 平移到末尾的次数。
- 每次修改后找到最前面的 110 即可。
- 时间复杂度 $O(qn)$, 期望得分: 55。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

- 等价于 $q = 1$, 同样实现 $O(qn)$ 的解法即可。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

- 等价于 $q = 1$, 同样实现 $O(qn)$ 的解法即可。
- 时间复杂度 $O(n)$, 结合 $n, q \leq 5000$ 后, 期望得分: 65。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

- 等价于 $q = 1$, 同样实现 $O(qn)$ 的解法即可。
- 时间复杂度 $O(n)$, 结合 $n, q \leq 5000$ 后, 期望得分: 65。

特殊性质 C: $l = 1, r$ 单调不降

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

- 等价于 $q = 1$, 同样实现 $O(qn)$ 的解法即可。
- 时间复杂度 $O(n)$, 结合 $n, q \leq 5000$ 后, 期望得分: 65。

特殊性质 C: $l = 1, r$ 单调不降

- 维护未被修改的位置的最早的 110 和 001 和被修改的位置的最早的 110。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

- 等价于 $q = 1$, 同样实现 $O(qn)$ 的解法即可。
- 时间复杂度 $O(n)$, 结合 $n, q \leq 5000$ 后, 期望得分: 65。

特殊性质 C: $l = 1, r$ 单调不降

- 维护未被修改的位置的最早的 110 和 001 和被修改的位置的最早的 110。
- 随着 r 后移, 前者只需 110 和 001 交换, 后者只会扫描一遍, 101 同理。

特殊性质 A: 存在 $p \in [2, n]$ 满足 $s_1 = \dots = s_p = 1$ 且 $s_{p+1} = \dots = s_n = 0$

- 答案即为 $n - p$, 维护 1 与 0 的分界点 p 即可。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 期望得分: 5。

特殊性质 B: $l = 1, r = n$

- 等价于 $q = 1$, 同样实现 $O(qn)$ 的解法即可。
- 时间复杂度 $O(n)$, 结合 $n, q \leq 5000$ 后, 期望得分: 65。

特殊性质 C: $l = 1, r$ 单调不降

- 维护未被修改的位置的最早的 110 和 001 和被修改的位置的最早的 110。
- 随着 r 后移, 前者只需 110 和 001 交换, 后者只会扫描一遍, 101 同理。
- 时间复杂度 $O(n + q)$, 结合特殊性质 AB 后, 期望得分: 85。

- 选手使用喜欢的数据结构维护之。

- 选手使用喜欢的数据结构维护之。
- $n \leq 10^5$ 留给不愿意写线段树愿意写根号的有缘人。

- 选手使用喜欢的数据结构维护之。
- $n \leq 10^5$ 留给不愿意写线段树愿意写根号的有缘人。
- 实现一：维护区间内最近的两个 1 的距离。

- 选手使用喜欢的数据结构维护之。
- $n \leq 10^5$ 留给不愿意写线段树愿意写根号的有缘人。
- 实现一：维护区间内最近的两个 1 的距离。
- 实现二：记录区间的两端各两位，直接维护区间最前面的 110 与 101。

- 选手使用喜欢的数据结构维护之。
- $n \leq 10^5$ 留给不愿意写线段树愿意写根号的有缘人。
- 实现一：维护区间内最近的两个 1 的距离。
- 实现二：记录区间的两端各两位，直接维护区间最前面的 110 与 101。
- 实现三：对每个位置 i 直接维护 $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 。

- 选手使用喜欢的数据结构维护之。
- $n \leq 10^5$ 留给不愿意写线段树愿意写根号的有缘人。
- 实现一：维护区间内最近的两个 1 的距离。
- 实现二：记录区间的两端各两位，直接维护区间最前面的 110 与 101。
- 实现三：对每个位置 i 直接维护 $s_{i-2}s_{i-1}s_i$ 。
- 时间复杂度 $O(n + q \log n)$ ，期望得分：100。