生成树计数

问题描述

最近，小栋在无向连通图的生成树个数计算方面有了惊人的进展，他发现：

- n 个结点的环的生成树个数为 n。
- n 个结点的完全图的生成树个数为 n^{n-2}。

这两个发现让小栋欣喜若狂，由此更加坚定了他继续计算生成树个数的想法，他要计算出各种各样图的生成树数目。

一天，小栋和同学聚会，大家围坐在一张大圆桌周围。小栋看了看，马上想到了生成树问题。如果把每个同学看成一个结点，邻座（结点间距离为 1）的同学间连一条边，就变成了一个环。可是，小栋对环的计数已经十分娴熟且不再感兴趣。于是，小栋又把图变了一下：不仅把邻座的同学之间连一条边，还把相隔一个座位（结点间距离为 2）的同学之间也连一条边，将结点间有边直接相连的这两种情况统称为**有边相连**，如图 1 所示。

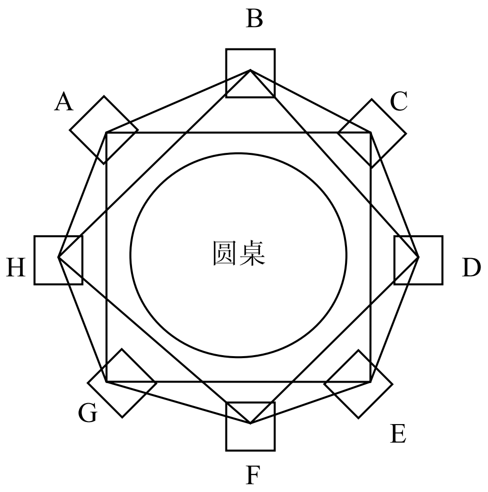


图 1

小栋以前没有计算过这类图的生成树个数，但是，他想起了老师讲过的计算任意图的生成树个数的一种通用方法：构造一个 $n\times n$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}=\{a_{ij}\}$

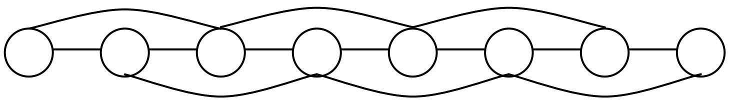
$$\text{其中 } a_{ij}=\begin{cases} d_i & i=j \\ -1 & i\text{与}j\text{有边相连} \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

其中 d_i 表示结点 i 的度数。

与图 1 相应的 $\boldsymbol{A}$ 矩阵如下所示。为了计算图 1 所对应的生成数的个数，只要去掉矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最后一行和最后一列，得到一个$(n-1)\times(n-1)$的矩阵 $\boldsymbol{B}$，计算出矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的行列式的值便可得到图 1 的生成树的个数。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

所以生成树的个数为$|\boldsymbol{B}|=3528$。小栋发现利用通用方法，因计算过于复杂而很难算出来，而且用其他方法也难以找到更简便的公式进行计算。于是，他将图做了简化，从一个地方将圆桌断开，这样所有的同学形成了一条链，连接距离为 1 和距离为 2 的点。例如八个点的情形如下：



这样生成树的总数就减少了很多。小栋不停的思考，一直到聚会结束，终于找到了一种快捷的方法计算出这个图的生成树个数。可是，如果把距离为 3 的点也连起来，小栋就不知道如何快捷计算了。现在，请你帮助小栋计算这类图的生成树的数目。

输入文件

输入文件中包含两个整数 k, n，由一个空格分隔。k 表示要将所有距离不超过 k（含 k）的结点连接起来，n 表示有 n 个结点。

输出文件

输出文件输出一个整数，表示生成树的个数。由于答案可能比较大，所以你只要输出答案除 65521 的余数即可。

输入样例

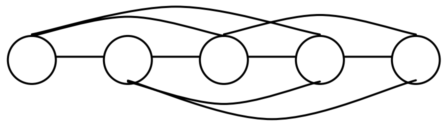
3 5

输出样例

75

样例说明

样例对应的图如下：



$$A=\begin{bmatrix}3&-1&-1&-1&0\\-1&4&-1&-1&-1\\-1&-1&4&-1&-1\\-1&-1&-1&4&-1\\0&-1&-1&-1&3\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}3&-1&-1&-1\\-1&4&-1&-1\\-1&-1&4&-1\\-1&-1&-1&4\end{bmatrix}\qquad |B|=75$$

数据规模和约定

对于所有的数据 $2\le k\le n$

数据编号	k 范围	n 范围	数据编号	k 范围	n 范围
1	$k=2$	$n\le 10$	6	$k\le 5$	$n\le 100$
2	$k=3$	$n=5$	7	$k\le 3$	$n\le 2000$
3	$k=4$	$n\le 10$	8	$k\le 5$	$n\le 10000$
4	$k=5$	$n=10$	9	$k\le 3$	$n\le 10^{15}$
5	$k\le 3$	$n\le 100$	10	$k\le 5$	$n\le 10^{15}$

提示

行列式的一种计算方法，记 $\alpha(\boldsymbol{P})$表示 $\boldsymbol{P}$ 中逆序对的个数，令 B 的行列式

$$|B|=\sum_{\boldsymbol{P}=p_1p_2\cdots p_n\text{是1到}n\text{的排列}}(-1)^{\alpha(\boldsymbol{P})}\prod_{j=1}^{n}b_{i,p_i}$$

如，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&0\end{bmatrix}$，则计算如下：

$\boldsymbol{P}$	$\alpha(\boldsymbol{P})$	b_{1,p_1}	b_{2,p_2}	b_{3,p_3}	$(-1)^{\alpha(\boldsymbol{P})}\prod_{j=1}^{n}b_{i,p_i}$
1 2 3	0	1	5	0	0
1 3 2	1	1	6	8	-48
2 1 3	1	2	4	0	0
2 3 1	2	2	6	7	84
3 1 2	2	3	4	8	96
3 2 1	3	3	5	7	-105

所以 $\boldsymbol{B}$ 的行列式为 0-48+0+84+96-105=27。