

# 《Sum Transformation》解题报告

周雨扬

北京大学

2021 年 5 月 14 日

# 题目大意

定义矩阵变换  $\mathcal{F}$ ，它将一个  $n \times n$  的矩阵  $P$  变成另一个  $n \times n$  的矩阵  $Q$ ：对每个  $1 \leq i, j \leq n$ ， $Q_{i,j}$  的值等于矩阵  $P$  的第  $i$  行与第  $j$  列的所有元素的和。

给一个  $n \times n$  的矩阵  $P$ ，请计算连续对  $P$  连续  $t$  次应用变换  $\mathcal{F}$  的结果。请输出结果对  $\text{mod}$  取模的结果。

$$1 \leq n \leq 1000, 0 \leq t \leq 10^9, 2 \leq \text{mod} \leq 10^9$$

# 算法

不妨先考虑计算一个点  $\mathcal{F}^t(P)_{i,j}$  的答案。

这里我们可以归纳证明,  $P_{k,l}$  到  $P_{i,j}$  的转移方案数仅仅和  $k$  是否等于  $i$ , 以及  $l$  是否等于  $j$  有关。

此时我们可以将点分成 4 类, 并且求出这玩意的转移系数后求个矩阵快速幂即可。

属于每一类的元素和可以通过维护所有元素和, 每行元素和, 每列元素和即可。

时间复杂度  $O(n^2 + t \log t)$ 。