



# CTSC 2012 Day 1

## 最短路 (shortest)

清华大学 潘宇超



# 题意简述

- 本题为提交答案题。
- 给定一个图  $G$  和一个自然数  $K$ 。
- 删掉不超过  $K$  条边，使得节点1和节点 $N$ 仍然连通，且最短路最长。



# 得分情况

- 集训队
  - 顾昱洲 (72)
  - 平均分 48.42分
- 非集训队
  - 钟泽轩 (79) 许昊然 (75) 何宇超 (70)



# 测试点 1 2 3

- 测试点 1 的范围较小，直接暴力枚举删掉哪些边即可。
- 测试点 2 3 范围稍大，直接暴力枚举不可行。
- 优化搜索，删掉最短路上的边。
  - 测试点 2 大约需要运行 10 秒左右。
  - 测试点 3 大约需要运行 10 分钟左右。



# 测试点 4

- 边数虽然很多，但是删边个数没有限制。
- 即我们可以保留最后的那条最短路，将其余的边都删除。
- 所以也就是求这个图的从点1到点 $N$ 的最长路。
- 参考解法：点数较少，只有20个点，因此可以用状态压缩动态规划解决。



# 测试点 5

- 该测试点为测试点 4 的扩展。
- 将节点分为50块，每一块中都是20个节点。
- 相邻块之间用一条边相连。
- 参考解法同测试点 4，对每一块用状态压缩动态规划求最长路。

# 测试点 6 7



- 这两个测试点类似测试点 5，每个块只有 10 个点和 20 条边，但是删边个数有限制。
- 参考解法：
  - 对每个块搜索，处理出删掉  $k$  ( $0 \leq k \leq 20$ ) 条边后，从块内起点到块内终点的最短路的最大值。
  - 然后再进行动态规划， $F[i][j]$  为前  $i$  块中删掉了  $j$  条边，从节点 1 到第  $i$  块的终点的最短路的最大值。



# 测试点 8

- 该测试点是一个 100 行 100 列的网格图，边权都是 1，删边个数无限制。
- 起点左上角，终点右下角。
- 可以直接构造出一条长度为 9998 的路径。
- 证明：不存在长度为 9999 的路径。



# 测试点 9

- 一个 2 行 1000 列的网格图，且已经删掉了若干条边。
- 起点左上角，终点右下角。
- 动态规划求最长路。





# 测试点 10

- 10000个点的图，边权都是 1。
- 图中存在从点 1 到点 10000 的哈密尔顿路。

