EGOI 2021 Day 1 / D. Double Move

题目大意

A 和 B 玩游戏，双方轮流操作共 $n+1$ 轮，A 先手。第一阶段双方轮流为每一轮确定两个可能相同的 $1 \sim n$ 中的数，然后裁判为每一轮均匀随机选择一个数（共 2^{n+1} 种情况），接下来双方按照选择的数轮流从 $1 \sim n$ 中执行取数操作，若要取的数已经被取走那么当前玩家输。

固定前 m 轮选择的两个数，假设接下来双方都采用最优策略最大化自己获胜的概率，求最终双方获胜的概率。

数据范围：$1 \le n \le 35$，$0 \le m \le n+1$。

考虑 $m = n+1$ 时如何计算答案。只需要计算出每一次操作后，没有玩家输的方案数，就可以快速计算出总概率。考虑将每个人选的两个数连一条边，问题转化为求图上每条边选一个端点使得每个点至多被选一次的方案数。可以对于每个连通块分别考虑：

- 若边数大于点数，那么无解；
- 若边数等于点数，那么方案数为 2；
- 若边数等于点数 -1，那么方案数为连通块大小。

于是就可以快速解决答案计算问题了。考虑原问题，双方的每一次操作都可以描述为在图上加边，而方案数只和每个树连通块大小、基环树数量有关。于是可以在状态中压缩这些信息并暴力枚举操作的两个连通块即可转移，状态数为拆分数的前缀和，可以接受。