

QOJ10082 解题报告

东营市胜利第一中学 王一策

2025 年 9 月 25 日

目录

1 题目描述	1
2 数据范围	1
3 解题过程	1
3.1 算法 1	1
3.2 算法 2	1
3.3 算法 3	2
3.4 算法 4	2

1 题目描述

给定一个 n 个点的树，边有边权 0 或 1。在至多可以翻转 m 条边的权值的情况下，找到最长的路径，满足路径上的边没有连续出现超过 k 个相同字符。

2 数据范围

$$n \leq 2 \times 10^5。$$

3 解题过程

3.1 算法 1

暴力枚举每一条路径，然后做 DP: $f_{i,j,0/1}$ 表示考虑了前 i 条边，此时最后一个字符是 0 还是 1，末尾连续 j 个字符都相同时至少需要用几次翻转，复杂度 $\mathcal{O}(n^3)$ 。

3.2 算法 2

上述 DP 过程是完全不必要的。枚举了一条路径之后，最优情况下的修改显然一定不会发生连续段的合并。所以对于每个连续段分开考虑，一个连续段需要修改的次数就是 $\lfloor \frac{len}{k+1} \rfloor$ ，所以直接扫描每条路径即可，复杂度 $\mathcal{O}(n^2)$ 。

3.3 算法 3

树上路径统计问题, 可以考虑点分治。对于一个点到当前分治重心间的路径, 有两个参数: 当前已经要修改的位置个数 x , 和到靠近分治重心那一端连续段长度 y 。因为只关心长度除 $k+1$ 下取整的值, 所以可以把 y 控制在 k 以内。

合并两端的路径时, 如果最后一段是异色那相对简单, 只需要扫描 x 这一维即可。

对于两端是同色的情况, 要求是 $x_1 + x_2 + [y_1 + y_2 > k] \leq m, \max(z_1 + z_2)$, 仍然可以扫描 x 这一维, 在 y 这一维上用线段树维护所有 y_2 路径对应的的长度的最大值和来自不同子树的次大值。复杂度 $\mathcal{O}(n \log^2 n)$ 。

3.4 算法 4

考虑优化一下同色的部分。首先检查一下树的直径是否合法, 若合法则计入答案。这样对于一个路径, 如果修改次数不是 m , 一定可以在路径两边继续增加边。所以此时对于同色路径, 只需要考虑 $x_1 + x_2 + [y_1 + y_2 > k] = m$ 。这样可以扫描 y 这一维, 用桶维护每个 x 的最优路径和来自不同子树的次优路径。复杂度 $\mathcal{O}(n \log n)$ 。