

QOJ962 解题报告

东营市胜利第一中学王一策

2025 年 9 月 20 日

目录

1 题目描述	1
2 数据范围	1
3 解题过程	1
3.1 算法 1	1
3.2 算法 2	1
3.3 算法 3	2

1 题目描述

给定一个长度为 n 的排列,你每次操作可以把排列分成若干个段 $a[l_1 \sim r_1], a[l_2 \sim r_2], \dots, a[l_k \sim r_k]$, 然后把排列重排成 $a[l_k \sim r_k], \dots, a[l_1 \sim r_1]$ 。你需要把排列在 120 次操作以内变为有序。

2 数据范围

$n \leq 20000$ 。

3 解题过程

3.1 算法 1

有一个简单的 $\mathcal{O}(n)$ 次操作的方式: 操作 $[1, x-1], [x], [x+1, n]$, 然后操作 $[1, n-x+1], [n-x+2, n]$ 来把 x 放到序列的开头, 其余数相对位置不变。

3.2 算法 2

考虑分治。对于大小为 n 的问题, 可以把 $[1, \frac{n}{2}]$ 这些数放到序列开头, $[\frac{n}{2} + 1, n]$ 这些数放到序列末尾, 然后就变成了两个大小为 $\frac{n}{2}$ 的子问题。

把 $\leq \frac{n}{2}$ 的数字标成 0, $> \frac{n}{2}$ 的数字标成 1, 则序列的形态是若干个连续段, 一个连续段全是 0 或者全是 1。对于相同的一段, 显然可以把它缩成一个数字。现在问题变成了有一个形态是 010101... 的序列, 你需要通过若干次操作让它变成 000...111... 的形态。

一种构造是 $[01][0][10][1][01] \dots$ 。通过这样操作，长度为 n 的 01 交替序列操作一次并进行上述“缩”的操作后长度减半，所以操作 $\log n$ 次后序列就会变成前一半是 0，后一半是 1。所以这样做的操作次数是 $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \log n = \mathcal{O}(n)$ 。

3.3 算法 3

注意到分治后，左右两侧的操作是可以并行的，所以复杂度是 $T(n) = T(\frac{n}{2}) + \log n = \mathcal{O}(\log^2 n)$ ，并且自带 $\frac{1}{2}$ 的常数，足以通过此题。