

## 4 Slot Machine

### 4.1 题目大意

考虑如下问题：一台机器藏了一个可能包含前导零的  $k$  位十进制数字，你知道这个数字在集合  $S$  中，机器有一个  $k$  位屏幕，初始均为空，你可以花 1 的代价修改屏幕上一位，或花 0 的代价做一次测试：若屏幕上有空位，测试没有结果；若屏幕上数字和机器藏的数字完全相同，你赢了；否则你会知道屏幕上的数字和机器藏的数字的大小关系。

求最坏情况下，最优策略需要花多少代价能才赢下游戏。

### 4.2 数据范围

单测试点中有  $T$  组数据，令  $\sum 10^k$  为各数据  $10^k$  之和。

对于所有测试点， $1 \leq T \leq 10^4, 1 \leq k \leq 5, \sum 10^k \leq 10^5$ 。

时间限制 8 秒，空间限制 1024 Mib。

### 4.3 解题过程

考虑动态规划： $f_{l,r,c}$  表示当前考虑的数字区间为  $[l,r]$ ，屏幕数字为  $c$ ，最优策略的代价。

转移是简单的：枚举  $c'$ ， $f_{l,r,c} \leftarrow \max\{f_{l,c'-1,c'}, f_{c'+1,r,c'}, 0\} + \text{weight}(c, c')$ ，时间复杂度  $O(k10^{4k})$ 。

观察转移方程，注意到一个简单优化：有用的  $c$  总是和  $r+1$  或  $l-1$  相同。这样  $c$  没了，时间复杂度  $O(k10^{3k})$ 。

实际上还有一个比较容易观察到的性质：对于相同的  $c, l$ ， $r$  上升， $f_{l,r,c}$  上升；对于相同的  $c, r$ ， $l$  下降， $f_{l,r,c}$  上升；任何时候， $f_{l,r,c}$  均不超过 25。

两个优化一起：枚举答案， $2^k$  枚举屏幕的变更位置，枚举  $c'$ ，计算影响（有排序所以多  $\log$ ）。时间复杂度  $O(\text{ans} \times 20^k \times k \log 10)$ 。

### 4.4 参考资料

- QOJ10094: <https://qoj.ac/problem/10094>