

3 Fractal Maze

3.1 题目大意

从一个 1×1 的封闭格子开始，做 n 轮，每轮接受四个参数 r, u, l, d ，将上一个网格复制四份， 2×2 拼接，若 r 非 0，中心点右边第 r 条长度为 1 的边消失， u, l, d 同理对应上左下，这四个数中有且仅有一个为 0。

q 组询问，每组询问给定 r_A, c_A, r_B, c_B ，令 (r, c) 表示从上往下第 r 行从左往右第 c 列的格子，求从 (r_A, c_A) 走到 (r_B, c_B) 至少需要走多少步。

3.2 数据范围

对于所有测试点， $1 \leq n \leq 30, 1 \leq q \leq 10^3$ ，其余的输入均合法。
时间限制 2 秒，空间限制 1024 Mib。

3.3 解题过程

由于迷宫是一棵树，我们有一个简单的 $O(ans)$ 递归做法：对于每一层，暴力地计算每个子问题。

这个递归做法可以记忆化，这个优化足以通过此题。下面我们会尝试将这个做法分析到一个能过的复杂度。

我们可以视为有一个阈值 K ， K 层之后爆搜， K 层及之前预处理任意两点的距离。爆搜环节，如果路径被分为了超过两段，只有头和尾需要继续搜，中间可以预处理，因为中间的每个段都只有两种情况，相当于增加额外 $2n$ 个询问，不够 q 的规模，复杂度可以视为 $O(q2^{n-K})$ ；预处理环节，由于单次计算是 $O(1)$ 的，复杂度可以视为 $O(4^K)$ 。

$q2^{n-K} + 4^K$ 最小约为 $(q8^n)^{\frac{2}{3}}$ ，完全足够。

3.4 参考资料

- QOJ10091: <https://qoj.ac/problem/10091>