

2 Split the Picture (qoj10081)

2.1 题目大意

平面上有 n 个点，横纵坐标范围都是 $[1, n]$ ，每个点有一个权值，你可以选择两个整数 x, y 满足 $1 \leq x, y < n$ 然后按照 $(< x + 0.5, < y + 0.5), (< x + 0.5, > y + 0.5), (> x + 0.5, < y + 0.5), (> x + 0.5, > y + 0.5)$ 分为四个部分，对四个部分的所有点权分别求和，得到的四个数的最大值减去最小值就是这对 (x, y) 的权值，用 $v_{x,y}$ 表示。

你需要对所有 $1 \leq x < n$ 求出 $\min_{y=1}^{n-1} v_{x,y}$ 。

2.2 数据范围

$n \leq 2 \times 10^5$ 。

2.3 解题过程

我们考虑固定 x ，那么此时对于左右两部分具体坐标不重要，那么我们直接设 a_i, b_i 分别表示纵坐标为 i 的在左边/右边的点权和，考虑设 $lima$ 表示最后一个满足 $\sum_{j \leq i} a_j \leq \sum_{j > i} a_j$ 的 i ， $limb$ 同理。

不难发现选择的 y 一定在 $[\min(lima, limb) - 1, \max(lima, limb) + 1]$ (若比左端点小，则往大移动一定会使得最小值变大，最大值变小，比右端点大同理)，我们把两个边界判掉，然后对 $lima < limb$ 和 $lima > limb$ 分讨，这里讨论 $lima > limb$ 的情况，另外一种同理：

此时由于 $lima > i > limb$ ，所以有四部分的最大值一定在 a 的后缀或 b 的前缀取到，最小值一定在 a 的前缀或者 b 的后缀取到，分四种情况分别计算即可：

假设最大值在 a 的后缀取到，最小值在 a 的前缀取到，那么我们需要保证 a 的后缀 $\geq b$ 的前缀， a 的前缀 $\leq b$ 的后缀，这可以通过二分求出最终 y 能取的区间，那么显然此时 y 越大越好，直接取右端点即可。

假设最大值在 b 的前缀取到，最小值在 b 的后缀取到，这种情况和上面类似，不做讨论。

假设最大值在 a 的后缀取到，最小值在 b 的后缀取到，那么我们还是可以通过二分求出 y 能取的一个区间，然后在这个区间中找一个 $a - b$ 的后缀和最小的位置，这可以简单使用线段树维护。

假设最大值在 b 的前缀取到，最小值在 a 的前缀取到，这种情况和上面类似，不做讨论。

综上，我们就可以求出这个题的答案了。

2.4 参考资料

无