

qoj4788

题目大意

给定一个 $N \times M$ 的二进制矩阵。若单元格 (i, j) 为空，则其字符为 "."；若被方块占据，则为 "#". 每个由 "#" 构成的极大 4 连通块视为一个**不可分割**的方块。在下述过程中，方块**不会**合并或分裂；同一方块的所有单元格**同步**运动。

所有方块以相同速度**竖直下落**（朝向矩阵最后一行），且**不旋转**。每秒，所有方块**同时尝试**下移一行：

- 若下移会导致某方块**越出下边界**，则该方块**立即停止**；
- 若下移会导致某方块与**另一方块重叠**（注意：被撞击的方块此时必已静止），则该方块也**立即停止**。

换言之，方块在**触地**或**碰撞静止方块**时停止。

输出所有方块停止后矩阵的最终状态。

数据范围

保证 $1 \leq N, M \leq 2000$ 。

解题过程

直接模拟复杂度高达 $O(n^2m)$ 不可接受。考虑按照某种顺序对连通块进行逐个确定。如果所有连通块不存在奇怪的包含关系的话，我们维护一个“地面”的上轮廓。一开始这个上轮廓就是一个位于矩形底部的直线，代表地平线。考虑最低块离地面最低的连通块，这个连通块一定会毫无阻力的落在地面，于是我们更新地平线，把这个连通块的上边界和地平线取 \max 。作为新的地平线。此后落地的连通块看哪个块离地平线最近，然后下落并更新地平线即可，复杂度 $O(nm \log n)$ 。

还有一个关键的问题没有解决，就是如果存在嵌套怎么办。通过复杂的连通块扫描，解析出结构关系，逐层处理固然是可行的，但是实现起来过于复杂繁琐。这里提供一种智慧简洁的处理。不同方块之间的纵向关系是恒定不变的，我们对于每一个连通块的上方块，求出上面最近的方块是啥，然后抛弃地平线的思路，地平线忽略的结构的内部层次关系。考虑对于被新确定的连通块的每一个格子，都将其自己当做“上面最近方块”的“地平线”，来更新每个方块的离地高度，从小到大依此处理，容易发现这个方法严格包含了原先的“地平线”方法，可以验证这是正确的。复杂度 $O(nm \log n)$ 。

如果需要进一步把 $O(nm \log n)$ 的 $\log n$ 去掉，可以把 pq 去掉，容易证明进入 pq 的元素一定严格比刚刚弹出队列的元素大，所以可以开 n 个桶，每个桶上的位置是一个 $vector$ ，用于存储这一高度的连通块，从小到大一边处理一边加入即可。复杂度 $O(nm)$ 。

参考资料

<https://qoj.ac/contest/1025/problem/4788>