

2 Three Indices (QOJ12313)

2.1 题目大意

给定一个字符串 t ，求出有多少个三元组 (i, j, k) 使得：

- $1 \leq i < j < k < |t|$;
- $k - i + 1 \equiv 0 \pmod{j - i + 1}$;
- 将 $t_i \dots t_k$ 平均分为 $\frac{k-i+1}{j-i+1}$ 段长度为 $j - i + 1$ 的字符串后，每相邻两个字符串的编辑距离小于等于 1。

时间限制 2 s，空间限制 512 MB。

[题目链接](#)

2.2 数据范围

对于所有数据，

- $4 \leq |t| \leq 10^5$;
- t 由小写字母构成。

2.3 使用算法

后缀数据结构，线段树

2.4 解题过程

我们很难对复杂的信息进行计数，考虑对需要统计的三元组进行分组，不难想到枚举 $j - i + 1$ 统计答案，这也恰好对应了题目中编辑距离的限制。

枚举 $d = j - i + 1$ 。此时我们可以将统计的三元组继续分组，枚举 $1 \leq p \leq d$ ，不妨先考虑所有 $i \equiv p \pmod{d}$ 的三元组的答案。

此时原字符串的划分是唯一的，我们按照划分可以直接确定所有相邻两字符串的编辑距离是否不超过 1，可以使用后缀数组等字符串数据结构快速求出，此处不再赘述。将所有相邻两字符串编辑距离超过 1 的字符串进行标记，则合法的 i, k 数量取决于在字符串数组中选择区间使得区间内所有字符串均不被标记的区间数量。

直接暴力枚举 i, k 复杂度过高，无法通过。考虑使用数据结构同时维护所有 k 的信息。

考虑将原字符串 t 进行块长为 d 的分块，为了方便讨论我们假设 $|t|$ 是 d 的倍数。

我们需要对每一个 k 快速判断在其视角下是否有相邻两字符串编辑距离超过 1，因此我们可以求出分块后每一块与下一块之间，左数第一个不同处、左数第二个不同处、右数第一不同处、右数第二不同处，在块中的相对位置。分别使用 $l_{x,0}, l_{x,1}, r_{x,0}, r_{x,1}$ 表示 (1-index)。

对于第 $x, x + 1$ 块之间的、 $i \equiv p \pmod{d}$ 的段，其与第 $x + 1, x + 2$ 块之间的、 $i \equiv p \pmod{d}$ 的段间的编辑距离大于 1 的充要条件为：

$$k \leq r_{x,1} \vee (k \leq r_{x,0} \wedge k > l_{x+1,0}) \vee k > l_{x+1,1}$$

根据条件可以直接在每一个 x 处求出哪些 k 是需要标记的，可以发现需要标记的 k 构成了至多三段区间，因此可以直接使用带区间覆盖的线段树统计答案。时间复杂度为 $O(n \ln n \log_2 n)$ 。

2.5 参考资料

无